

I Proportion et pourcentage (séance 1 :1h)

Rappel : Une proportion peut s'exprimer sous la forme d'une fraction, d'un nombre décimal (entre 0 et 1) ou d'un pourcentage.

Exemple 1 : Si la moitié des élèves sont des filles, la proportion de filles parmi les élèves est de :

- $\frac{1}{2}$ sous forme fractionnaire
- 0.5 sous forme décimale
- 50% sous forme de pourcentage

Exemple 2 : Le conseil municipal d'Evry pour la mandature 2014-2020 se répartit comme suit :

Liste	Président	Effectif	Statut
« Ensemble pour réussir à Evry »	F. Chouat	34	Majorité
« Evry au coeur »	J. Nouvellon	7	Opposition
« Evry unis pour agir »	F. Amrani	4	Opposition

- Quelle proportion des conseillers municipaux appartiennent à la liste de la majorité ?
- Quelle proportion représente l'opposition ?
- Parmi l'opposition, quelle proportion représente la liste « Evry unis pour agir » ?

La liste « Evry au coeur » représente $\frac{7}{11}$ des conseillers d'opposition, qui représentent $\frac{11}{45}$ des conseillers municipaux.

La liste « Evry au coeur » représente donc $\frac{7}{11} \times \frac{11}{45} = \frac{7}{45}$ des conseillers municipaux.

Propriété 1

Soient trois ensembles (ou population) A , B et C tels que $A \subset B \subset C$,
 SI on note p la proportion de la population A dans la population B
 et on note p' la proportion de la population B dans la population C
 ALORS la proportion de la population A dans la population C est de $p \times p'$

Exemple 3 : La moitié des pages d'un magazine sont des publicités.

Parmi celles-ci, 25% sont pour des parfums. La proportion de publicités pour des parfums parmi les pages de magazine sont de $\frac{1}{2} \times \frac{25}{100} = 0.125$ soit 12.5%.

Exemple 4 : A Evry en 2000, lors du référendum sur le quinquennat, 78% des Evryens se sont prononcés pour le Oui mais seulement 27% des électeurs avaient pris part à la consultation. Quelle proportion des électeurs ont effectivement voté pour le Oui ?

19 **EMC**  L'Assemblée nationale élue en juin 2017 comportait 224 femmes députées sur les 577 élus. Déterminer la proportion de femmes députées, sous forme de fraction puis sous forme de pourcentage en arrondissant à 0,01 % près.

21 **SES**  En 2018, le projet de budget de la France prévoyait 42,55 milliards de dépense concernant le ministère de la Défense, ce qui représentait 6 % des dépenses du budget.
 Quel est le montant des dépenses total prévu par le projet de budget 2018 ? (source : *Le Monde*)

II Taux d'évolution

1 Taux d'évolution et coefficient multiplicateur (séance 2 : 1h30)

2 Variations absolue et relative



Le prix du timbre vert est passé de 80 centimes à 88 centimes le premier janvier 2019.

1. a) De combien de centimes le prix du timbre a-t-il augmenté ?

Cette augmentation est la **variation absolue** du prix du timbre.

b) Quelle proportion cette augmentation représente-t-elle par rapport au prix de départ du timbre ?

Ce taux est appelé **variation relative** (ou taux d'évolution en pourcentage).

2. Calculer le quotient $\frac{V_A - V_D}{V_D}$ où V_D est la valeur de départ du timbre et V_A sa valeur d'arrivée.

Vérifier que l'on retrouve ainsi la variation relative du prix du timbre.

3. Peut-on avoir une variation relative négative ? supérieure à 1 ? strictement inférieure à -1 ?

→ Cours 2 p. 272

Propriété 2

On suppose qu'une quantité passe d'une valeur de départ notée v_D à une valeur d'arrivée notée v_A
La **variation absolue** est la différence : $v_A - v_D$

La **variation relative** ou taux d'évolution se calcule par : $\frac{v_A - v_D}{v_D}$

C'est la proportion que représente la variation absolue par rapport à la valeur de départ. Elle peut s'exprimer sous forme décimale ou en pourcentage.

Comment calculer un taux d'évolution ?

Exemple 5 : La ville d'Évry comptait 45 531 habitants en 1990 et 54 663 en 2016. Calculons le taux d'évolution.

Valeur de départ : $v_D = 45\,531$ (la plus ancienne)

Valeur d'arrivée : $v_A = 54\,663$ (la plus récente)

taux d'évolution : $\frac{v_A - v_D}{v_D} = \frac{54663 - 45531}{45531} \approx 0.20$ soit 20%

On dit que le nombre d'habitants a subi une hausse de 20% entre 1990 et 2016.

La ville d'Épinal (préfecture des Vosges) comptait 36 732 habitants en 1990 et 32 006 en 2014. Calculons le taux d'évolution.

Valeur de départ : $v_D = 36\,732$ (la plus ancienne)

Valeur d'arrivée : $v_A = 32\,006$ (la plus récente)

taux d'évolution : $\frac{v_A - v_D}{v_D} = \frac{32006 - 36732}{36732} \approx -0.1287$ soit -12.87%.

On dit que le nombre d'habitants a subi une baisse de 12.87%.

Remarque : Le taux d'évolution peut donc être négatif (si c'est une baisse) ou supérieur à 100% si la variation absolue est « plus grande » que la valeur de départ.

Exemple 6 : La ville d'Évry comptait 15 354 habitants en 1975 et 54 663 en 2016. Calculons le taux d'évolution.

Valeur de départ : $v_D = 15\,354$ (la plus ancienne)

Valeur d'arrivée : $v_A = 54\,663$ (la plus récente)

taux d'évolution : $\frac{v_A - v_D}{v_D} = \frac{54663 - 15354}{15354} \approx 2.56$ soit 256%

On dit que le nombre d'habitants a subi une hausse de 256%

Comment appliquer un taux d'évolution ?

Exemple 7 : Je place $v_D = 1000$ euros sur un livret rémunéré à 3% par an. Combien aurais-je dans 1 an ?
Avec la méthode du collègue :

je calcule la variation : $1000 \times \frac{3}{100} = 30$.

C'est une augmentation donc j'ajoute la variation à la valeur de départ : $v_A = 1000 + 30 = 1030$.

Si j'avais voulu ne faire qu'un seul calcul j'aurais fait :

$$v_A = 1000 + 1000 \times \frac{3}{100} = 1030.$$

$$v_A = 1000 \times \left(1 + \frac{3}{100}\right) = 1030 \text{ en mettant } 1000 \text{ en facteur.}$$

$$v_A = 1000 \times (1 + 0.03) = 1030$$

$$v_A = 1000 \times (1.03) = 1030$$

Donc augmenter de 3% revient à multiplier la valeur de départ par 1.03

1.03 est appelé le coefficient multiplicateur, souvent noté c .

Exemple 8 : J'ai repéré un article qui coute 40 euros. Il est soldé à -20%. Combien coutera-t-il ?

Avec la méthode du collègue :

je calcule la variation : $40 \times \frac{20}{100} = 8$.

C'est une diminution donc je soustrais la variation à la valeur de départ : $v_A = 40 - 8 = 32$ euros.

Si j'avais voulu ne faire qu'un seul calcul j'aurais fait :

$$v_A = 40 - 40 \times \frac{20}{100} = 32.$$

$$v_A = 40 \times \left(1 - \frac{20}{100}\right) = 32 \text{ en mettant } 40 \text{ en facteur.}$$

$$v_A = 40 \times (1 - 0.20) = 32$$

$$v_A = 40 \times (0.80) = 32$$

Donc diminuer de 20% revient à multiplier la valeur de départ par $1 - 0.20 = 0.80$

Propriété 3 (méthode du lycée pour calculer un taux d'évolution)

Augmenter d'un taux de $t\%$ revient à multiplier par le coefficient multiplicateur $c = \left(1 + \frac{t}{100}\right)$

Diminuer d'un taux de $t\%$ revient à multiplier par le coefficient multiplicateur $c = \left(1 - \frac{t}{100}\right)$

Exemple 9 : En 2015, on recensait en France métropolitaine 64,3 millions d'habitants.
D'ici à 2050, on prévoit une hausse de 15.7%. Combien prévoit-on d'habitants ?

Méthode à retenir : Comment appliquer un taux d'évolution ?

- je calcule le coefficient multiplicateur associé.
- Je multiplie la valeur de départ par ce coefficient multiplicateur

Pour calculer rapidement les coefficients multiplicateurs...

Augmenter de 2% revient à multiplier par 1.02 (le chiffre des unités du pourcentage d'évolution vient se placer en deuxième position après la virgule)

Augmenter de 0.4% revient à multiplier par 1.004

Diminuer de 2% revient à multiplier par $1 - 0.02 = 0.98$

Diminuer de 15% revient à multiplier par $1 - 0.15 = 0.85$

A vous de jouer :

Augmenter de 10% revient à multiplier par ...

Diminuer de 10% revient à multiplier par ...

Augmenter de 5.5% revient à multiplier par ...

Diminuer de 8% revient à multiplier par ...

28 Déterminer les coefficients multiplicateurs associés aux évolutions suivantes.

- a) hausse de 30 % b) baisse de 10 %
 c) hausse de 45 % d) hausse de 2,3 %
 e) baisse de 0,3 % f) hausse de 100 %

30 Déterminer les évolutions en pourcentage associées aux coefficients multiplicateur suivants.

- a) $c = 1,2$ b) $c = 0,89$
 c) $c = 1,03$ d) $c = 2$

50 Le tableau ci-dessous donne le montant du SMIC horaire et de l'indice des prix le 01/01/15 et le 01/01/18 (base 100 le 1^{er} janvier 2015).

	01/01/2015	01/01/2018
SMIC (en euros)	9,61	9,88
Indice des prix	100	102,85

Peut-on affirmer que le SMIC a augmenté plus vite que les prix entre 2015 et 2018 ?

Aller Faire le QCM evolution1 sur l'ENT !

33 Une veste coute 120 euros. Lors d'une promotion, son prix diminue de 30 %.

1. a) Déterminer le coefficient multiplicateur associé à cette évolution.

b) En déduire le nouveau prix de la veste.

2. Lors d'une deuxième démarque, le prix baisse à nouveau de 30 %. Déterminer son nouveau prix.

51 En 2010, la population française était estimée à 62 765 milliers d'habitants.

1. La population française a augmenté de 3,2 % entre 2010 et 2015.

Déterminer une estimation de la population française en 2015.

Arrondir le résultat au millier.

2. Déterminer une estimation de la population française en 2020 si elle augmente au même rythme en pourcentage.

3. La population française a augmenté de 2,96 % entre 2005 et 2010.

a) Déterminer le coefficient multiplicateur associé à cette évolution.

b) Déterminer la population française en 2005.

2 Évolutions successives (séance 3 : 1h)

3 Évolutions successives, coefficient multiplicateur global

30 min

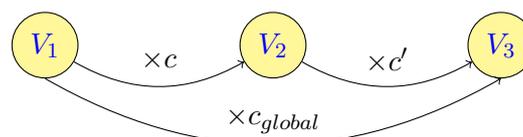
1. Un journal compte 5 000 abonnés en 2016.
 - a) L'année suivante, le nombre d'abonnés augmente de 10 %. Déterminer le nombre d'abonnés en 2017.
 - b) En 2018, le nombre d'abonnés augmente à nouveau de 30 % par rapport à l'année précédente. Déterminer le nombre d'abonnés en 2018.
 - c) Manu affirme que cela fait une augmentation de 40 % en deux ans. A-t-il raison ? Si non, donner l'évolution en pourcentage entre 2016 et 2018.
2. Dans un magasin, un pantalon est vendu 45 euros. Juste avant la période des fêtes de fin d'année, son prix augmente de 20 % puis il diminue de 20 % en janvier. À l'issue de ces deux évolutions, son prix aura-t-il augmenté ou baissé ?
3. *Vers une méthode générale*
Une quantité augmente de 15 % puis de 40 %.
 - a) Donner les coefficients multiplicateurs associés à chacune de ces évolutions.
 - b) Par combien cette quantité a-t-elle été multipliée à l'issue de ces deux évolutions ?
 - c) En déduire le taux d'évolution correspondant à ces deux évolutions.
 - d) Indiquer la méthode générale permettant de déterminer l'évolution en pourcentage à l'issue de plusieurs évolutions successives.



→ Cours 2 p. 272

Propriété 4

Lorsque l'on a une évolution, de coefficient multiplicateur c suivie d'une autre évolution de coefficient multiplicateur c' , le taux d'évolution global a pour coefficient multiplicateur $c \times c'$. Autrement dit, lorsqu'on enchaîne les évolutions, il faut multiplier les coefficients multiplicateurs.



Exemple 10 : Lors des soldes, le prix d'un article est soldé 40%. Lors de la deuxième démarque, on indique une réduction supplémentaire de 20%. Quel est le pourcentage final de réduction ?

diminuer de 40% revient à multiplier par $c = 1 - \frac{40}{100} = 0.6$

diminuer de 20% revient à multiplier par $c' = 1 - \frac{20}{100} = 0.8$

Le coefficient global est donc de $c_{global} = 0.6 \times 0.8 = 0.48$
cela représente une baisse de 52%.

- 34** 1. Un prix augmente de 10 % puis baisse de 40 %.
- Déterminer le coefficient multiplicateur global associé à ces deux évolutions.
 - En déduire l'évolution globale en pourcentage.
2. Reprendre les questions précédentes pour les cas suivants.
- une baisse de 20 % suivie d'une baisse de 10 %
 - une hausse de 15 % suivie d'une baisse de 12 %
 - une baisse de 13 % suivie d'une hausse de 24,3 %
 - une baisse de 70 % suivie d'une hausse de 200 %

36  Le cours d'une action s'écroule en bourse. Après avoir baissé de 20 % le lundi, voilà que son cours baisse à nouveau de 30 %. Déterminer l'évolution globale subie par le cours de cette action.

55 Dans un pays, les prix augmentent chaque année de 2 %. Le salaire de Nora n'a pas augmenté depuis trois ans, quelle hausse doit-il subir pour rattraper l'évolution des prix ?

58 Le nombre de morts dus aux accidents de circulation en France en 2011 était de 63 par million d'habitants. Ce taux a diminué de 7,9 % en 2012 puis de 12,1 % en 2013. Déterminer le nombre de morts par million d'habitants en France en 2013.

3 Évolution réciproque (séance 4 : 1h)



4 Évolutions réciproques

1. Jérôme possède un lot d'actions cotées à 6 500 euros.

Un jeudi, le cours de l'action chute de 5 %.

a) Pas grave se dit Jérôme, il lui faut juste une augmentation de 5 % pour que son cours revienne à son niveau de départ, et je retrouverai alors mes parts.

Expliquer pourquoi Jérôme se trompe.

b) Quelle évolution son cours doit-il subir pour revenir à son niveau de départ ?

2. Vers une méthode générale

a) Compléter : « Diviser par un nombre c revient à multiplier par ... »

b) Compléter : « Si une quantité est multipliée par un coefficient c , il faut la multiplier par $c_{\text{réciproque}} = \dots$ pour revenir à son niveau de départ. »

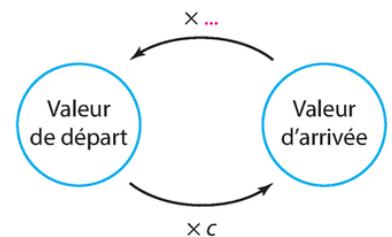
3. Application Dans chacun des cas suivants, déterminer le coefficient multiplicateur réciproque, puis le taux d'évolution réciproque, associés à ces évolutions.

a) $c = 0,8$ b) $c = 0,9$ c) $c = 1,36$ d) $c = 2$

4. Dans chacun des cas suivants, déterminer l'évolution en pourcentage réciproque qui permet de revenir à la valeur de départ.

a) une hausse de 25 % b) une baisse de 37,5 %

c) une baisse de 50 % d) une hausse de 525 %



→ Cours 2 p. 272

Propriété 5

Lorsque l'on a une évolution d'une valeur v_D à une valeur v_A (de coefficient multiplicateur c), l'évolution réciproque est l'évolution permettant de revenir de v_A à v_D .

Son coefficient multiplicateur, appelé coefficient réciproque est égal à $\frac{1}{c}$.

Exemple 11 : Le contraire de « augmenter de 20% » n'est pas « diminuer de 20% » car $1.20 \times 0.80 = 0.96 \neq 1$.

$\frac{1}{1.20} \approx 0.8333$ donc le contraire de « augmenter de 20% » est « diminuer de 16.66% »

Méthode à retenir : Comment retrouver une valeur de départ, avant l'évolution ?

Exemple 12 : Un article soldé à 30% coûte après remise 28 euros. Quel était le prix de départ ?

Diminuer de 30% revient à multiplier par ...

Donc $\text{prix}_{\text{départ}} \times 0.70 = 28$.

Donc $\text{prix}_{\text{départ}} = \frac{28}{0.70} = \dots$

L'article coûtait avant remise 40 euros.

37 Un élève fournit un travail acharné pour améliorer ses résultats. Quand il reçoit sa copie de SVT avec la note de 18, il s'exclame : « Tout ce travail pour une hausse de seulement 12,5 % ! »

Déterminer sa note précédente.

60 La TVA sur les biens et services s'élève à 20 %. Déterminer le prix hors taxe d'un canapé dont le prix affiché en magasin est de 642 euros.

39 Déterminer l'évolution réciproque associée à chacune des évolutions suivantes.

a) une hausse de 100 %

b) une baisse de 20 %

59 Déterminer l'évolution réciproque de chacune de ces évolutions.

Arrondir à 0,01 %.

a) $t = 24 \%$

b) $t = -7 \%$

c) $t = 0,056 \%$

d) $t = -45 \%$

61 Après trois baisses successives de 10 % de la fréquentation de son cinéma, un gérant de salle souhaite réagir. Il veut rattraper son niveau de fréquentation précédent. Après une large campagne de publicité, voilà qu'il a gagné 12 % de spectateurs.

Quelle nouvelle évolution en pourcentage permettrait au gérant d'atteindre son objectif ?



Aller Faire le QCM evolution2 sur l'ENT !