I Proportion et pourcentage (séance 1 : 30 min)

Exemple 2 : Le conseil municipal d'Evry pour la mandature 2014-2020 se répartit comme suit :

| | v i | | <u> </u> |
|----------------------------------|--------------|----------|------------|
| Liste | Président | Effectif | Statut |
| « Ensemble pour réussir à Evry » | F. Chouat | 34 | Majorité |
| « Evry au coeur » | J. Nouvellon | 7 | Opposition |
| « Evry unis pour agir » | F. Amrani | 4 | Opposition |

- a) Quelle proportion des conseillers municipaux appartiennent à la liste de la majorité ? $\frac{34}{45} = 75.55\%$
- b) Quelle proportion représente l'opposition? $\frac{11}{45} = 24.44\%$
- c) Parmi l'opposition, quelle proportion représente la liste « Evry unis pour agir » ? $\frac{4}{11} = 36.36\%$

Exemple 4: A Evry en 2000, lors du référendum sur le quinquennat, 78% des Evryens se sont prononcés pour le Oui mais seulement 27% des élécteurs avaient pris part à la consultation. Quelle proportion des électeurs ont effectivement voté pour le Oui?

$$0.78 \times 0.27 = 0.2106 = 21.06\%$$

Exercice 19
$$\frac{224}{577} = 0.3882 = 38.82\%$$

Exercice 21 $\frac{42.55}{budget} = 0.06$ donc $budget = \frac{42.55}{0.06} \approx 709$ Le budget était d'environ 709 milliards.

II Taux d'évolution

1 Taux d'évolution et coefficient multiplicateur (séance 2 : 1h30)

15 min

Variations absolue et relative

Le prix du timbre vert est passé de 80 centimes à 88 centimes le premier janvier 2019.

- a) De combien de centimes le prix du timbre a-t-il augmenté ?
 Cette augmentation est la variation absolue du prix du timbre.
 - b) Quelle proportion cette augmentation représente-t-elle par rapport au prix de départ du timbre ? Ce taux est appelé **variation relative** (ou taux d'évolution en pourcentage).
- **2.** Calculer le quotient $\frac{V_A V_D}{V_D}$ où V_D est la valeur de départ du timbre et V_A sa valeur d'arrivée.

Vérifier que l'on retrouve ainsi la variation relative du prix du timbre.

3. Peut-on avoir une variation relative négative? supérieure à 1? strictement inférieure à -1?



- 1. Le prix du timbre a augmenté de 8 centimes (variation absolue) Cela représente une augmentation de $\frac{8}{80} = 0.10 = 10\%$ du prix du timbre.
- 2. $\frac{v_A v_D}{v_D} = \frac{88 80}{80} 0.10 = 10\%$
- 3. On peut avoir une variation négative si le prix diminue. On peut avoir une augmentation supérieure à 100% si le prix fait plus que doubler.

Exemple 9: En 2015, on recensait en France métropolitaine 64,3 millions d'habitants.

D'ici à 2050, on prévoit une hausse de 15.7%. Combien prévoit-on d'habitants ?

une hausse de 15.7% correspond à un coefficient de $1 + \frac{15.7}{100} = 1.157$.

 $64.3 \times 1.157 \approx 74.40$.

On prévoit 74.40 millions d'habitants en 2050.

A vous de jouer :

Augmenter de 10% revient à multiplier par 1.10

Diminuer de 10% revient à multiplier par 0.90

Augmenter de 5.5% revient à multiplier par 1.055

Diminuer de 8% revient à multiplier par 0.92

Exercice 28

Exercice 28
hausse de 30 %:
$$1 + \frac{30}{100} = 1.30$$
baisse de 10 %: $1 - \frac{10}{100} = 0.90$
hausse de 45 %: $1 + \frac{45}{100} = 1.45$
hausse de 2.3 %: $1 + \frac{2.3}{100} = 1.023$
baisse de 0.3 %: $1 - \frac{0.3}{100} = 99.7$
hausse de 100 %: $1 + \frac{100}{100} = 2$

Exercice 30

un coefficient de c=1.2 est une hausse de 20%

un coefficient de c = 0.89 est une baisse de 11%

un coefficient de c = 1.03 est une hausse de 3%

un coefficient de c=2 est une hausse de 100%

Exercice 33

- 1. Le coefficient correspondant à une baisse de 30% est $c = 1 \frac{30}{100} = 0.70$ La veste coutera donc $120 \times 0.70 = 84$ euros.
- 2. Le prix après la deuxième promotion sera de $84 \times 0.70 = 58.80$ euros.

$$\begin{split} \frac{\mathbf{Exercice~50}}{9.88-9.61} &= 0.00758 = 0.758\% \text{ Le SMIC augmente de } 0.758\%. \\ \frac{9.61}{102.85-100} &= 0.0285 = 2.85\% \text{ L'indice des prix augmente de } 2.85\%. \\ \mathbf{Donc~l'indice~des~prix~a~évolu\'e~plus~vite~que~le~SMIC.} \end{split}$$

Exercice 33

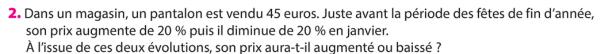
- 1. $62765 \times 1.032 \approx 64773$ On prévoyait 64 773 milliers d'habitants en 2015.
- 2. $64773 \times 1.032 \approx 66846$ On prévoirait 66 846 milliers d'habitants en 2020.
- 3. augmenter de 2.96 % revient à multiplier par 1.0296. $population de 2005 \times 1.0296 = 62765 \text{ donc } population de 2005 = \frac{62765}{1.0296} \approx 60960. \text{ Il y avait } 60.960$ milliers d'habitants en 2005.

Aller Faire le QCM evolution1 sur l'ENT!

2 Évolutions successives (séance 3:1h)

Évolutions successives, coefficient multiplicateur global

- 1. Un journal compte 5 000 abonnés en 2016.
 - a) L'année suivante, le nombre d'abonnés augmente de 10 %. Déterminer le nombre d'abonnés en 2017.
 - **b)** En 2018, le nombre d'abonnés augmente à nouveau de 30 % par rapport à l'année précédente. Déterminer le nombre d'abonnés en 2018.
 - c) Manu affirme que cela fait une augmentation de 40 % en deux ans. A-t-il raison ? Si non, donner l'évolution en pourcentage entre 2016 et 2018.



3. Vers une méthode générale

Une quantité augmente de 15 % puis de 40 %.

- a) Donner les coefficients multiplicateurs associés à chacune de ces évolutions.
- b) Par combien cette quantité a-t-elle été multipliée à l'issue de ces deux évolutions?
- c) En déduire le taux d'évolution correspondant à ces deux évolutions.
- d) Indiquer la méthode générale permettant de déterminer l'évolution en pourcentage à l'issue de plusieurs évolutions successives.



- 1. $5000 \times 1.10 = 5500$. Il y a 5500 abonnés en 2017. $5500 \times 1.30 = 7150$. Il y a 7150 abonnés en 2018. L'augmentation est de $\frac{7150 500}{500} = 0.43 = 43\%$, c'est plus que 40%.
- 2. $45 \times 1.20 \times 0.80 = 43.2$ euros , son prix a baissé.
- 3. augmenter de 15% revient à multiplier par 1.15 augmenter de 40% revient à multiplier par 1.40 $1.15 \times 1.40 = 1.61$ c'est une augmentation de 61%.

Exercice 34

- 1. $1.10 \times 0.60 = 0.66$ baisse de 34%.
- 2. $0.80 \times 0.90 = 0.72$ baisse de 28%. $1.15 \times 0.88 = 1.012$ hausse de 1.2% $0.87 \times 1.243 = 1.08141$ hausse de 8.141% $0.30 \times 3 = 0.90$ baisse de 10%.

Exercice 36

 $0.80 \times 0.70 = 0.56$ donc une baisse de 44%

Exercice 55

 $1.02 \times 1.02 \times 1.02 = 1.061208$ donc de 6.1208%.

Exercice 58

 $63 \times 0.921 \times 0.879 = 51$ par million d'habitants.

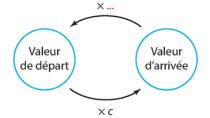
3 Évolution réciproque (séance 4 : 1h)

Evolutions réciproques

- 1. Jérôme possède un lot d'actions cotées à 6 500 euros. Un jeudi, le cours de l'action chute de 5 %.
 - a) Pas grave se dit Jérôme, il lui faut juste une augmentation de 5 % pour que son cours revienne à son niveau de départ, et je retrouverai alors mes parts.

Expliquer pourquoi Jérôme se trompe.

- b) Quelle évolution son cours doit-il subir pour revenir à son niveau de départ?
- 2. Vers une méthode générale
 - a) Compléter : « Diviser par un nombre c revient à multiplier par ... »
 - **b)** Compléter : « Si une quantité est multipliée par un coefficient c, il faut la multiplier par $c_{\text{réciproque}} = \dots$ pour revenir à son niveau de départ. »



- 3. Application Dans chacun des cas suivants, déterminer le coefficient multiplicateur réciproque, puis le taux d'évolution réciproque, associés à ces évolutions.
 - a) c = 0.8
- **b)** c = 0.9
- c) c = 1.36
- **d**) c = 2
- 4. Dans chacun des cas suivants, déterminer l'évolution en pourcentage réciproque qui permet de revenir à la valeur de départ.
 - a) une hausse de 25 %
- **b)** une baisse de 37,5 %
- c) une baisse de 50 %
- d) une hausse de 525 %



1. Une baisse de 5% revient à multiplier par 0.95

Une hausse de 5% revient à multiplier par 1.05

 $6500 \times 0.95 \times 1.05 = 6483.75 \neq 6500$ ou $0.95 \times 1.05 = 0.9975 \neq 1$ (en divisant les deux membres par

Pour revenir à la valeur de départ, il faudrait qu'en multipliant les coefficients multiplicateurs, on

 $0.95 \times c' = 1 \iff c' = \frac{1}{0.95} = 1.05263$ soit une hausse de 5.263 % pour compenser une baisse de 5%.

2. Diviser par un nombre c revient à multiplier par $\frac{1}{c}$.

Si une quantité est multipliée par un coefficient c, il faut la multiplier par un coefficient $c_{r\acute{e}ciproque} = \frac{1}{c}$ pour revenir au niveau de départ.

- 3. si c=0.8 (baisse de 20%), $c_{r\acute{e}ciproque}=\frac{1}{0.8}=1.25$ (hausse de 25%) si c=0.9 (baisse de 10%), $c_{r\acute{e}ciproque}=\frac{1}{0.9}=1.11$ (hausse de 11%) si c=1.36 (hausse de 36%), $c_{r\acute{e}ciproque}=\frac{1}{1.36}=0.735$ (baisse de 26.5%) si c=2 (hausse de 100%), $c_{r\acute{e}ciproque}=\frac{1}{2}=0.5$ (baisse de 50%)

4. une hausse de 25% correspond à un coefficient multiplicateur de c = 1.25 donc $c_{r\acute{e}ciproque} = \frac{1}{1.25} = 0.80$. Son évolution réciproque est une baisse de 20%.

une baisse de 37.5% correspond à un coefficient multiplicateur de c = 0.625 donc $c_{réciproque} = \frac{1}{0.625}$

1.6. Son évolution réciproque est une hausse de 60%.

une baisse de 50% correspond à un coefficient multiplicateur de c = 0.5 donc $c_{r\acute{e}ciproque} = \frac{1}{0.5} = 2$. Son évolution réciproque est une hausse de 100%.

une hausse de 525% correspond à un coefficient multiplicateur de $c=1+\frac{525}{100}=6.25$ donc $c_{r\acute{e}ciproque}=\frac{1}{6.25}=0.16$. Son évolution réciproque est une baisse de 84%.

Exercice 37

une hausse de 12.5% correspond à un coefficient multiplicateur de $c=1+\frac{12.5}{100}=1.125$ noteprecedente \times 1.125 = 18 donc noteprécédente = $18 \times \frac{1}{1.125}=16$ Sa note précédente était 16.

Exercice 39

une hausse de 100% correspond à un coefficient multiplicateur de $c = 1 + \frac{100}{100} = 2$ donc $c_{réciproque} = \frac{1}{2} = 0.5$. Son évolution réciproque est une baisse de 50%. une baisse de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de $c = 1 - \frac{20}{100} = 0.8$ donc $c_{réciproque} = \frac{1}{0.8} = 1.25$. Son évolution réciproque est une hausse de 25%.

Exercice 59

si
$$t = 24\%$$
 (hausse de 24%) alors $c = 1.24$ donc $c_{r\'{e}ciproque} = \frac{1}{1.24} = 0.8065$ donc $t_{reciproque} = (0.8065 - 1) \times 100 = -19.35\%$ (baisse de 19.35%) si $t = -7\%$ (baisse de 7%) alors $c = 0.93$ donc $c_{r\'{e}ciproque} = \frac{1}{0.93} = 1.0753$ donc $t_{reciproque} = 7.53\%$ (hausse de 7.53%) si $t = 0.056\%$ (hausse de 0.056%) alors $c = 1 + \frac{0.056}{100} = 1.00056$ donc $c_{r\'{e}ciproque} = \frac{1}{1.00056} = 0.9994$ donc $t_{reciproque} = (0.9994 - 1) \times 100 = -0.06\%$ (baisse de 0.06%) si $t = -45\%$ (baisse de 45%) alors $c = 0.55$ donc $c_{r\'{e}ciproque} = \frac{1}{0.55} = 1.8182$ donc $t_{reciproque} = 81.82\%$ (hausse de 81.82%)

Exercice 60

La TVA de 20% correspond à un coefficient multiplicateur de $c=1+\frac{20}{100}=1.2~prixHT\times1.2=642$ donc $prixHT=642\times\frac{1}{1.2}=535$ Le prix hors TVA est de 535 euros.

Exercice 61

trois baisses successives de 10% puis une hausse de 12% correspond à un coefficient multiplicateur $c=0.90\times0.90\times0.90\times1.12=0.81648$ donc $c_{r\'eciproque}=\frac{1}{0.81648}=1.2248$ donc $t_{reciproque}=22.48\%$ Une hausse de 22.48% lui permettrait de rattraper son niveau précédent de fréquentation.

Aller Faire le QCM evolution2 sur l'ENT!