I Généralités (séance 1 : environ 1h)

1 Définition

Définition 1

Une fonction f est dite **affine** si et seulement si il existe deux réels a et b tels que, pour tout $x \in \mathbb{R}$: $f(x) = ax + b$.
a est appelé le **coefficient directeur**
b est appelé l'**ordonnée à l'origine**
Les fonctions affines sont donc définies sur $\mathbb{R}$

Exemple 1 : $f(x) = 3 - 2x$
coefficient directeur a =-2 (C'est toujours le coefficient de x, avec son signe !)
ordonnée à l'origine $b = 3$

Exemple 2 : $g(x) = (x + 1)^2 - (x - 2)(x + 2)$
sous cette écriture, il n'est pas évident que g est une fonction affine mais si on développe son expression :
$g(x) = x^2 + 2x + 1 - [x^2 - 4] = x^2 + 2x + 1 - x^2 + 4 = 2x + 5$
donc coefficient directeur : 2 et ordonnée à l'origine : 5

Exemple 3 : Pour chacune des fonctions suivantes dire si elle est affine ou non et, si oui, donner le coefficient directeur et l'ordonnée à l'origine.

$f(x) = 3x - 4$	$g(x) = 5 - 2x$	$h(x) = (2x - 3)^2$	$i(x) = \dfrac{2x - 3}{3}$	$j(x) = (x - 1)^2 - (x + 3)^2$
		$h(x) = 4x^2 - 12x + 9$	$i(x) = \frac{2}{3}x - 1$	$j(x) = x^2 - 2x + 1 - [x^2 + 6x + 9]$
				$j(x) = -8x - 8$
$a = 3$	$a = -2$	non affine	$a = \frac{2}{3}$	$a = -8$
$b =$ -4	$b = 5$	non affine	$b = -1$	$b = -8$

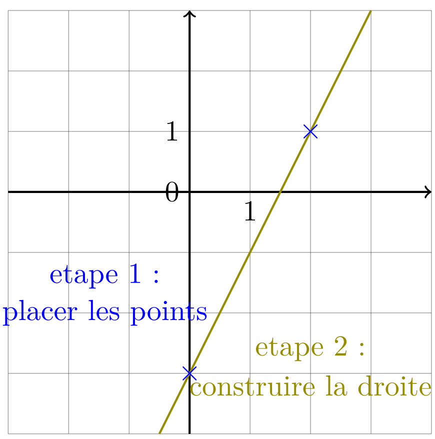
Remarque : Deux cas particuliers :
• si $a = 0$, la fonction f est dite **constante**, égale à b.
• si $b = 0$, la fonction f est dite **linéaire**.

2 Représentation graphique

Propriété 1

Dans un repère $(O; I; J)$ quelconque du plan, la représentation graphique de la fonction affine $f : x \mapsto ax+b$ est une droite.
On dit que cette droite a pour équation $y = ax + b$.

Exemple 4 : Construisons la représentation graphique de $f : x \mapsto 2x - 3$ (c'est à dire $f(x) = 2x - 3$)

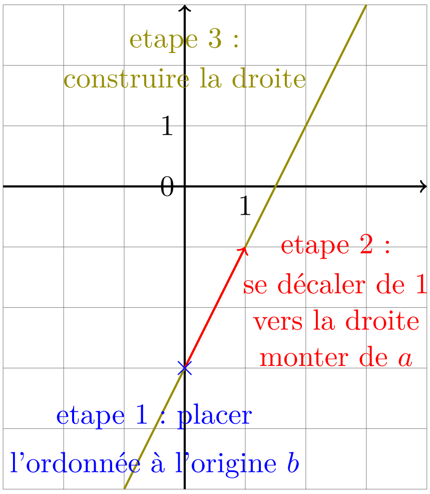


méthode 1 : On construit deux points.
Pour cela, on choisit (au hasard) deux valeurs de x différentes et on calcule leurs images respectives.
par exemple, je peux choisir $x = 0$ je calcule $f(0) = 2 \times 0 - 3 = -3$
puis, je peux choisir $x = 2$ je calcule $f(2) = 2 \times 2 - 3 = 4 - 3 = 1$.

On présente généralement cela sous la forme d'un petit tableau.

x	0	2
$f(x)$	-3	1

Puis on place les points correspondants, donc ici de coordonnées $(0; -3)$ et $(2; 1)$.
La droite passant par ces deux points est la représentation graphique de la fonction f.



méthode 2 :
f a pour ordonnée à l'origine -3. On place donc le point sur l'axe des ordonnées (axe vertical) d'ordonnée -3.
En partant de ce point, on se décale de 1 vers la droite et on « monte »du coefficient directeur : ici 2.
Si le coefficient directeur est négatif, on « descend ».
On obtient un deuxième point.

La droite passant par ces deux points est la représentation graphique de la fonction f.

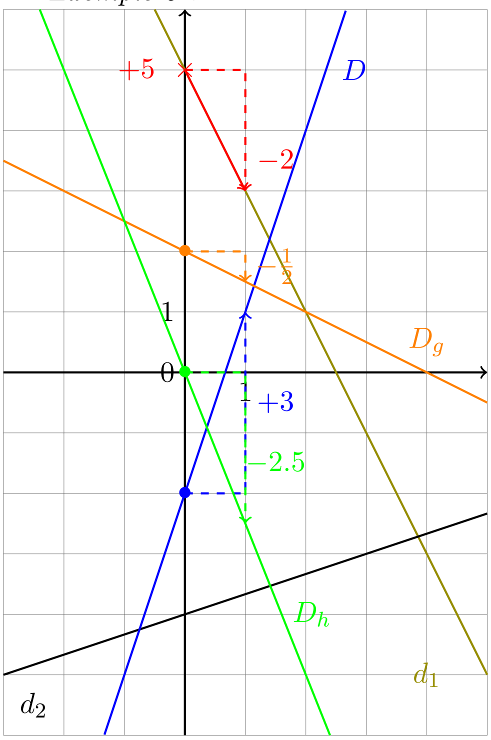
Résumé de cette deuxième méthode :

$\boxed{1}$ On place le point d'abscisse 0 et d'ordonnées b (il est sur l'axe vertical)

$\boxed{2}$ On construit à partir de ce point le vecteur $\begin{pmatrix} 1 \\ a \end{pmatrix}$ (on dit que c'est un vecteur directeur de la droite).

$\boxed{3}$ On trace la droite.

Exemple 5 :



1. Construire la droite D d'équation $y = 3x - 2$ (c'est à dire représentative de la fonction affine f telle que pour tout x, $f(x) = 3x - 2$) L'ordonnée à l'origine est -2, puis « quand je me décale de 1 vers la droite, je monte de 3 » car le coefficient directeur est 3.
2. Représenter graphiquement les fonctions $g(x) = -\frac{1}{2}x + 2$ et $h(x) = -2.5x$.
   L'ordonnée à l'origine est 0 (fonction linéaire),
   puis « quand je me décale de 1 vers la droite, je descend de 2.5 »
   car le coefficient directeur est -2.5.
3. Lire les equations réduites des droites d_1 et d_2 et donner les expressions des fonctions f_1 et f_2 associées.
   $d_1 : y = -2x + 5$ donc $f_1 : x \mapsto -2x + 5$ (ou $f_1(x) = -2x + 5$ pour tout x)
   $d_2 : y = \frac{1}{3}x - 4$ donc $f_1 : x \mapsto \frac{1}{3}x - 4$ (ou $f_1(x) = \frac{1}{3}x - 4$ pour tout x)

Pour lire l'expression d'une fonction affine/l'équation d'une droite

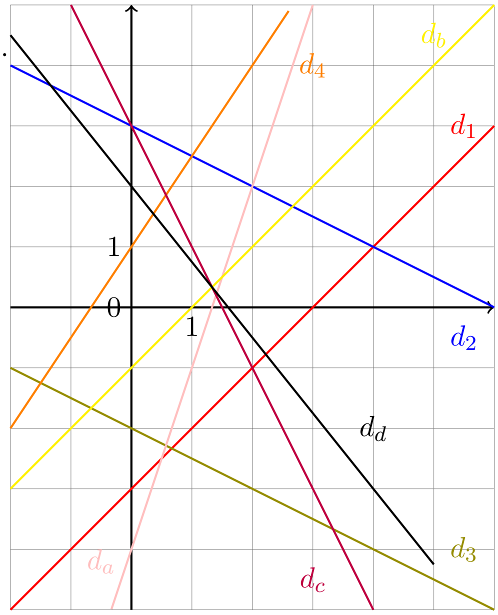
$\boxed{1}$ On lit son ordonnée à l'origine (l'ordonnée à laquelle la droite coupe l'axe vertical)

$\boxed{2}$ A partir de ce point, on se décale de 1 vers la droite et on lit « de combien on monte/descend » pour retrouver la droite : c'est le coefficient directeur (coefficient de x)

Remarques :

- La droite représentative d'une fonction affine n'est jamais parallèle à l'axe des ordonnées (verticale).
- La droite représentative d'une fonction linéaire passe par l'origine.
- Une fonction constante est représentée par une droite parallèle à l'axe des abscisses (horizontale).

Exercice 1



1. Lire les fonctions affines associées aux droites d_1, d_2, d_3 et d_4.
   $f_1(x) = 1x - 3$
   $f_2(x) = -0.5x + 3$
   $f_3(x) = -0.5x - 2$
   $f_4(x) = 1.5x + 1$

2. Construire les droites représentatives des fonctions
   $f_a(x) = 3x - 4$
   $f_b(x) = x - 1$
   $f_c(x) = -2x + 3$
   $f_d(x) = -\frac{5}{4}x + 2$

Remarques :

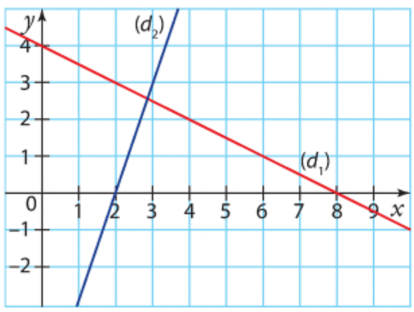
- On retrouve le sens de variation des fonctions affines (déjà démontré au chapitre précédent) :
  - Si son coefficient directeur a est positif, la fonction affine est croissante (la droite « monte »)
  - Si son coefficient directeur a est négatif, la fonction affine est décroissante (la droite « descend »)
- Les droites d_2 et d_3 sont parallèles, les fonctions affines associées ont le même coefficient directeur.

Exercice 2

7. Interpréter la courbe d'une fonction

On considère les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par :
- $f(x) = 3x - 6$
- $g(x) = -0,5x + 4$

Leurs droites représentatives ont été tracées dans le repère ci-contre.



1. Associer chaque fonction à sa droite représentative.

2. Résoudre par le calcul $f(x) \geqslant 0$ et $g(x) < 0$.

3. Contrôler graphiquement les résultats de la question précédente.

f est représentée par la droite d_2.
g est représentée par la droite d_1.

$f(x) \geqslant 0 \iff 3x - 6 \geqslant 0 \iff 3x \geqslant 6 \iff x \geqslant \frac{6}{3} \iff x \geqslant 2.$
Graphiquement, la droite bleue est au dessus de l'axe des abscisses à partir de $x = 2$.

$g(x) < 0 \iff -0.5x + 4 < 0 \iff -0.5x < -4 \iff x > \frac{-4}{-0.5} \iff x > 8.$
Graphiquement, la droite rouge est en dessous de l'axe des abscisses à partir de $x = 8$.

II Sens de variation et Signe d'une fonction affine (séance 2 : environ 1h)

Propriété 2

Soit $f : x \mapsto ax + b$ une fonction affine, $a \neq 0$.

si $a > 0$

tableau de variation :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
f	$\nearrow$	0	$\nearrow$

tableau de signe :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

si $a < 0$

tableau de variation :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
f	$\searrow$	0	$\searrow$

tableau de signe :

x	$-\infty$	$\frac{-b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

Exemple 6 : : Donner le tableau de signe de la fonction affine f définie par $f(x) = 2x - 3$
Le coefficient directeur est 2 (donc la fonction est croissante) donc son tableau est de la forme :

x	$-\infty$	?	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

Pour trouver la valeur de x à mettre dans le tableau :

— soit on applique la formule en faisant bien attention quand il y a des signes « - ».
ici $\frac{-b}{a} = \frac{-(-3)}{2} = \frac{3}{2} = 1.5$

— soit on résout l'équation :
$2x - 3 = 0 \iff 2x = 3 \iff x = \frac{3}{2} \iff x = 1.5$

donc

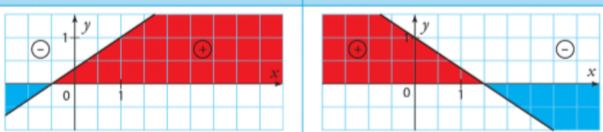
x	$-\infty$	1.5	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

La même chose expliquée dans le livre...

Propriété Signe d'une fonction affine

Soit a et b deux nombres réels avec $a \neq 0$.
La fonction affine f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = ax + b$ s'annule et change de signe une fois dans son ensemble de définition en $x = -\frac{b}{a}$.

$a > 0$	$a < 0$



x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	-	0	+

f est négative puis positive.

x	$-\infty$	$-\frac{b}{a}$	$+\infty$
$f(x)$	+	0	-

f est positive puis négative.

Exemple

Dresser le tableau de signes de la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g : x \mapsto -3x + 4$.

$g(x) = ax + b$ avec $a = -3$, a est négatif, donc g est décroissante sur $\mathbb{R}$.

On recherche la valeur qui annule $g(x)$:

$-3x + 4 = 0$ soit $x = \frac{-4}{-3}$ soit $x = \frac{4}{3}$.

x	$-\infty$	$\frac{4}{3}$	$+\infty$
$-3x+4$	+	0	-

Exercice résolu 2 p. 249

A vous de compléter les tableaux de signes suivants :

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$2x+4$		-	0	+	

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$-x-2$		+	0	-	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$3x$		-	0	+	

x	$-\infty$		-3		$+\infty$
$-3x-9$		+	0	-	

x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-5x$		+	0	-	

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$6-2x$		+	0	-	

Exercices :

16 Compléter les tableaux de signes suivants.

a)

x	$-\infty$		…		$+\infty$
$2x-9$		…	0	…	

b)

x	$-\infty$		…		$+\infty$
$-11x-5$		…	0	…	

18 Voici un tableau de signes incomplet de la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = -4x + 8$.
Calculer $f(0)$ et $f(4)$ puis compléter le tableau.

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-4x+8$		…	0	…	

24 Étudier le signe des expressions suivantes.

a) $3x+5$ **b)** $-x+4$ **c)** $-2x$ **d)** $\frac{1}{2}x+4$

Correction des Exercices :

Exercice 16 :

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$2x-9$		-	0	+	

x	$-\infty$		$\frac{-5}{11}$		$+\infty$
$-11x-5$		+	0	-	

Exercice 18 :

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-4x+8$		+	0	-	

Exercice 24 :

x	$-\infty$		$\frac{-5}{3}$		$+\infty$
$3x+5$		-	0	+	

x	$-\infty$		$\frac{-5}{11}$		$+\infty$
$-11x-5$		+	0	-	

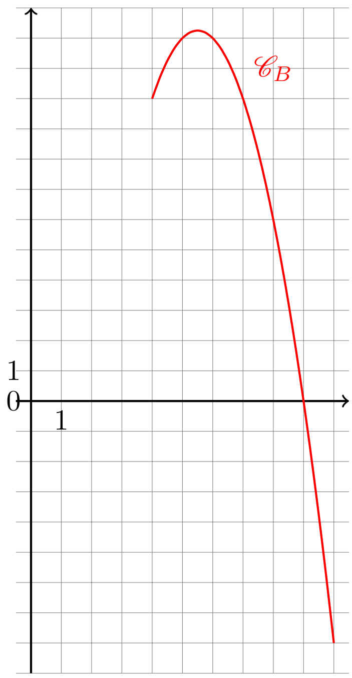
x	$-\infty$		0		$+\infty$
$-2x$		+	0	-	

x	$-\infty$		-8		$+\infty$
$\frac{1}{2}x+4$		-	0	+	

III Application à la résolution d'inéquations (séance 3 : environ 2h)

Activité introductrice

Une entreprise fabrique des pièces mécaniques. Elle peut en produire entre 40 et 100 par jour. On note x sa production journalière en dizaine. On a donc $x \in [4; 10]$.



Elle estime que son bénéfice dépend du nombre de pièces fabriquées. Cette relation est modélisée par la fonction $B(x) = -x^2 + 11x + 18$.
On souhaite savoir pour quelles valeurs de x est ce que l'entreprise est rentable, c'est à dire que son bénéfice est positif.
Il faudrait donc résoudre : $B(x) \geqslant 0 \Longleftrightarrow -x^2 + 11x + 18 \geqslant 0$.
MAIS comme c'est une inéquation du second degré, nous ne savons pas résoudre cette inéquation. Comment faire ?

idée 1 : lire graphiquement la solution
Avantages : rapide, pas de calcul
Inconvénients : il faut avoir le graphique, cela peut manquer de précision.

idée 2 : Résoudre l'inéquation par le calcul
Avantages : on aura la valeur exacte
Inconvénients : cela exige des efforts de calcul :

1. D'abord, montrer que $B(x) = (2 - x)(x - 9)$.
   En effet, $(2 - x)(x - 9) = 2x - 18 - x^2 + 9x = -x^2 + 11x - 18$

2. Donner les tableaux de signes des deux facteurs $2 - x$ et $x - 9$:

x	$-\infty$		2		$+\infty$
$-x+2$		$+$	0	-	

x	$-\infty$		9		$+\infty$
$x-9$		-	0	$+$	

3. La règle des signes nous indique que
   — Le produit de deux nombres positifs est ...
   — Le produit d'un nombre positif et d'un nombre négatif est ...
   — Le produit de deux nombres négatifs est ...

   Nous rassemblons donc nos informations sur les signes dans un seul tableau, en respectant bien l'ordre des valeurs de x

x	$-\infty$		2		9		$+\infty$
$-x+2$		$+$	0	-		-	
$x-9$		-		-	0	$+$	
$(-x+2)(x-9)$		-	0	$+$	0	-	

4. Conclure :
   Si je cherche quand mon expression est positive, je cherche dans la ligne finale les signes +. Je lis les abscisses correspondantes.
   Dans mon exemple, cela se produit soit quand $x \in [2; 9]$ (mais ces solutions ne m'intéressent pas toutes pour mon problème ici car l'entreprise ne fabrique pas moins de 4 dizaines de pièces...) : donc il faut fabriquer entre 4 et 9 dizaines de pièces pour que l'entreprise fasse des bénéfices.
   Solution à la question de math $B(x) \geqslant 0$: $S = [2; 9]$.
   Solution au problème d'économie $B(x) \geqslant 0$ et $x \in [4; 10]$: $S = [4; 9]$.

Exemple 7 :

Résoudre $(2x+1)(3x-6) < 0$

x	$-\infty$		-0.5		2		$+\infty$
$2x+1$		-	0	+		+	
$3x-6$		-		-	0	+	
$(2x+1)(3x-6)$		+	0	-	0	+	

Conclusion : $S =]-0.5; 2[$

Résoudre $x(-x+3)(x+1) > 0$

x	$-\infty$		-1		0		3		$+\infty$
x		-		-	0	+		+	
$-x+3$		+		+		+	0	-	
$x+1$		-	0	+		+		+	
$x(-x+3)(x+1)$		+	0	-	0	+	0	-	

Conclusion : $S =]-\infty; -1[\cup]0; 3[$

Remarques :

- Un produit $A \times B$ peut être positif parce que ses deux facteurs A et B sont négatifs.
  L'idée suivante est fausse :~~Un produit est positif si et seulement si un facteur est positif~~
  Il ne faut donc pas généraliser la propriété (vraie) : Un produit est nul si et seulement si un facteur est nul.
- le produit peut avoir 2,3 , 4 ...facteurs. On met autant de lignes que de facteurs dans le tableau, avant de faire la ligne bilan. Il faut pour chaque colonne compter les signes - : s'il y en a un nombre pair, le résultat est positif. Si leur nombre est impair le résultat est négatif.
- On peut généraliser la méthode avec des facteurs du second degré dont le signe serait évident, comme x^2+1 qui est toujours positif.

Exemple 8 : **Avec un quotient**

On souhaite résoudre $\dfrac{2x-6}{x+2} \geqslant 0$

1. Calculer les valeurs d'annulation de $2x-6$ et $x+2$ afin de veiller à les placer dans le bon ordre dans le tableau de signe, puis compléter les 2 premières lignes de signe.

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$2x-6$		-		-	0	+	
$x+2$		-	0	+		+	
$\dfrac{2x-6}{x+2}$		+	||	-	0	+	

2. La règle des signes pour un quotient est la même que pour un produit :
   — Le quotient de deux nombres positifs est positif.

— Le quotient d'un nombre positif et d'un nombre négatif est négatif.

— Le quotient de deux nombres négatifs est **positif**.

La différence est lorsque l'un des facteur est nul (vaut 0).

- si ce facteur (donc le 0) est au numérateur (au dessus) alors le quotient est nul : on met 0 dans la ligne « résultat » du tableau.
- si ce facteur (donc le 0) est au dénominateur (en dessous) alors le quotient n'existe pas : on met une double barre || dans la ligne « résultat » du tableau.

Bien relire l'exemple du livre :

3 Déterminer le signe d'un produit ou d'un quotient

Cours 3 p. 246

1. Étudier le signe de $2x+4$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. Étudier le signe de $-x+3$ pour $x \in \mathbb{R}$.
3. En déduire le signe de $A(x) = (2x+4)(-x+3)$ et de $B(x) = \dfrac{2x+4}{-x+3}$.

Solution

1. $2x+4=0 \Leftrightarrow 2x=-4 \Leftrightarrow x=\dfrac{-4}{2}=-2$ **1**

De plus, $a=2>0$ donc $x \mapsto 2x+4$ est croissante sur $\mathbb{R}$.

On en déduit le tableau de signes suivant. **2**

x	$-\infty$		-2		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$	

2. $-x+3=0 \Leftrightarrow -x=-3 \Leftrightarrow x=3$

De plus, $a=-1<0$ donc $x \mapsto -x+3$ est décroissante sur $\mathbb{R}$.

On en déduit le tableau de signes suivant.

x	$-\infty$		3		$+\infty$
$-x+3$		$+$	0	$-$	

3. On compile les informations précédentes dans un tableau pour en déduire le signe du produit et du quotient. **3** **4** **5**

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$A(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

x	$-\infty$		-2		3		$+\infty$
$2x+4$		$-$	0	$+$		$+$	
$-x+3$		$+$		$+$	0	$-$	
$B(x)$		$-$	0	$+$	‖	$-$	

Conseils & Méthodes

1 Pour étudier le signe d'un produit ou d'un quotient, on commence par étudier le signe de chaque terme du produit ou du quotient.

2 On indique les différents signes dans un même tableau de signes, en faisant attention à l'ordre des nombres dans la première ligne.

3 On déduit le signe du produit ou du quotient en utilisant la règle des signes.

4 Il ne faut pas oublier d'indiquer les « 0 » du produit ou du quotient.

5 Lorsque le quotient n'est pas défini pour une valeur de x (lorsque le dénominateur s'annule), on place une double barre dans le tableau.

Exercices :

29 On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (3x-4)(x+2)$.
1. Déterminer le signe de $3x-4$ et de $x+2$.
2. Dresser le tableau de signes de la fonction f.

30 Établir le tableau de signes des fonctions suivantes.
a) $h(x) = (-2x+3)(-3x-5)$
b) $u(x) = (2x+14)(6x+24)$
c) $v(x) = (5x-65)(7-2x)$

31 Établir le tableau de signes des fonctions suivantes.
a) $u(x) = \dfrac{2x+3}{6x-4}$ **b)** $v(x) = \dfrac{-3x-9}{-2x+7}$
c) $h(x) = \dfrac{x+2}{-x^3}$ **d)** $w(x) = \dfrac{x}{8-x}$

36 f est une fonction dont voici le tableau de signes.

x	$-\infty$		-5		1		2
$f(x)$		$-$	0	$+$	0	$-$	

Résoudre les équations et inéquations suivantes.
a) $f(x)=0$ **b)** $f(x)>0$ **c)** $f(x) \leqslant 0$ **d)** $f(x)<0$

38 1. Étudier le signe de $(x-2)(-2x+3)$ pour $x \in \mathbb{R}$.
2. En déduire les solutions de $(x-2)(-2x+3)>0$.

39 Sur le modèle de l'exercice précédent, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes à l'aide d'études de signe.
a) $(9x-1)(4-x)<0$ **b)** $(3x+2)(4x-8) \geqslant 0$
c) $3x^2-6x>0$ **d)** $x^2-9<0$

Pour c) et d) il faut penser à factoriser avant de dresser le tableau de signes!

40 Sur le modèle de l'exercice **38**, résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes.
a) $\dfrac{4x+4}{-5x-10} \geqslant 0$ **b)** $\dfrac{-2x}{x+8} \leqslant 0$ **c)** $\dfrac{3x+27}{5x+25}<0$.

Correction des exercices

Exercice 29 :

x	$-\infty$		-2		$\frac{4}{3}$		$+\infty$
$3x-4$		-		-	0	+	
$x+2$		-	0	+		+	
$(3x-4)(x+2)$		+	0	-	0	+	

Exercice 30 :

x	$-\infty$		$\frac{-5}{3}$		$\frac{3}{2}$		$+\infty$
$-2x+3$		+		+	0	-	
$-3x-5$		+	0	-		-	
$h(x)$		+	0	-	0	+	

x	$-\infty$		-7		-4		$+\infty$
$2x+14$		-	0	+		+	
$6x+24$		-		-	0	+	
$u(x)$		+	0	-	0	+	

x	$-\infty$		$\frac{7}{2}$		13		$+\infty$
$5x-65$		-		-	0	+	
$7-2x$		+	0	-		-	
$v(x)$		-	0	+	0	-	

Exercice 31 :

x	$-\infty$		$\frac{-3}{2}$		$\frac{4}{6}$		$+\infty$
$2x+3$		-	0	+		+	
$6x-4$		-		-	0	+	
$\frac{2x+3}{6x-4}$		+	0	-	||	+	

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
$x+2$		-	0	+		+	
$-x^3$		+		+	0	-	
$\frac{x+2}{-x^3}$		-	0	+	||	-	

x	$-\infty$		-3		$\frac{7}{2}$		$+\infty$
$-3x-9$		+	0	-		-	
$-2x+7$		+		+	0	-	
$\frac{-3x-9}{-2x+7}$		+	0	-	||	+	

x	$-\infty$		0		8		$+\infty$
x		-	0	+		+	
$8-x$		+		+	0	-	
$\frac{x}{8-x}$		-	0	+	||	-	

Exercice 36 :

$f(x)=0$ a pour solution -5 et 1. $S=\{-5;1\}$.
$f(x)>0$ On cherche les + dans la ligne $f(x)$, puis on lit les abscisses correspondantes :$S=]-5;1[$.
$f(x)\leqslant 0$ C'est une inégalité large (« ou egale ») donc on essaie de fermer les crochets $S=]-\infty;-5]\cup[1;2]$.
$f(x)<0$ Il n'y a pas de « ou égal » $S=]-\infty;-5[\cup]1;2]$.

Exercice 38 : $(x-2)(-2x+3) > 0$

x	$-\infty$		$\frac{3}{2}$		2		$+\infty$
$x-2$		-		-	0	+	
$-2x+3$		+	0	-		-	
$(x-2)(-2x+3)$		-	0	+	0	-	

On cherche les +, l'inégalité est stricte (pas de « ou egal » donc les crochets sont ouverts)
$S =]\frac{3}{2}; 2[$

Exercice 39 :

$(9x-1)(4-x) < 0$

x	$-\infty$		$\frac{1}{9}$		4		$+\infty$
$9x-1$		-	0	+		+	
$4-x$		+		+	0	-	
$(9x-1)(4-x)$		-	0	+	0	-	

On cherche les « - »,
inégalité stricte donc crochets ouverts.
$S =]-\infty; \frac{1}{9}[\cup]4; +\infty[$

$3x^2 - 6x > 0 \Longleftrightarrow 3x(x-2) > 0$ (on factorise !)

x	$-\infty$		0		2		$+\infty$
$3x$		-	0	+		+	
$x-2$		-		-	0	+	
$3x(x-2)$		+	0	-	0	+	

On cherche les « + »,
inégalité stricte donc crochets ouverts.
$S =]-\infty; 0[\cup]2; +\infty[$

$(3x+2)(4x-8) \geqslant 0$

x	$-\infty$		$\frac{-2}{3}$		2		$+\infty$
$3x+2$		-	0	+		+	
$4x-8$		-		-	0	+	
$(3x+2)(4x-8)$		+	0	-	0	+	

On cherche les « + »,
inégalité large donc crochets si possible fermés
$S =]-\infty; \frac{-2}{3}] \cup [2; +\infty[$

$x^2 - 9 < 0 \Longleftrightarrow (x-3)(x+3) < 0$ (on factorise !)

x	$-\infty$		-3		3		$+\infty$
$x-3$		-		-	0	+	
$x+3$		-	0	+		+	
$\frac{x}{8-x}$		+	0	-	0	+	

On cherche les « - »,
inégalité stricte donc crochets ouverts.
$S =]-3; 3[$

Exercice 40 :

a) $\dfrac{4x+4}{-5x-10} \geqslant 0$

x	$-\infty$		-2		-1		$+\infty$
$4x+4$		-		-	0	+	
$-5x-10$		+	0	-		-	
$\frac{4x+4}{-5x-10}$		-	||	+	0	-	

$S =]-2; -1]$

Il y a un « ou égal » donc on essaie de fermer les crochets mais il y a une double barre en -2, c'est que l'expression n'existe pas, on ne peut donc pas prendre cette valeur/fermer le crochet.

b) $\dfrac{-2x}{x+8} \leqslant 0$

x	$-\infty$		-8		0		$+\infty$
$-2x$		$+$		$+$	0	-	
$x+8$		-	0	$+$		$+$	
$\dfrac{-2x}{x+8}$		-	$\|\|$	$+$	0	-	

$S =]-\infty; -8[\cup [0; +\infty[$

Il y a un « ou égal » donc on essaie de fermer les crochets mais il y a une double barre en -8, c'est que l'expression n'existe pas, on ne peut donc pas prendre cette valeur/fermer le crochet.

c) $\dfrac{3x+27}{5x+25} < 0$

x	$-\infty$		-9		-5		$+\infty$
$3x+27$		-	0	$+$		$+$	
$5x+25$		-		-	0	$+$	
$\dfrac{3x+27}{5x+25}$		$+$	0	-	$\|\|$	$+$	

$S =]-9; -5[$

Il n'y a pas de « ou égal » donc les crochets sont ouverts.